Thermique du bâtiment
Approche analytique de l'inertie thermique des bâtiments

Philippe Poullain

Ecole d'automne du GDR Matériaux Bio et Géo sourcés - Pornichet 2026

15 octobre 2026

Plan

1. Introduction
2. Modèle de paroi plane
3. Volant thermique
4. Approche dynamique de la paroi
5. Etude dynamique d'un bâtiment
6. Conclusions

Introduction

Contexte

- Le confort thermique est un enjeu majeur dans la conception des bâtiments
- L'inertie thermique des parois joue un rôle important dans le confort
- La compréhension de l'inertie thermique permet d'optimiser la conception des bâtiments
- Notamment dans le contexte du réchauffement climatique global

L'inertie thermique

Une stratégie passive pour la gestion des conditions de confort hygrothermique dans les bâtiments.

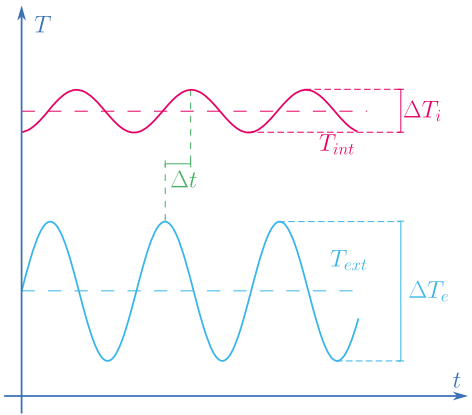


Pas une valeur numérique mais un concept physique

- Comportement dynamique des parois ou des **bâtiments**
- Capacité à stocker de la chaleur et à la restituer plus tard
- Capacité à décaler la survenue d'une surchauffe (température excessive)

Caractérisée numériquement par deux grandeurs physiques :

- Le **déphasage** Δt : le temps de retard entre la survenue d'une surchauffe à l'extérieur et la survenue de cette surchauffe à l'intérieur
- L'**atténuation** f_d : le rapport entre l'amplitude de la surchauffe à l'intérieur et l'amplitude de la surchauffe à l'extérieur

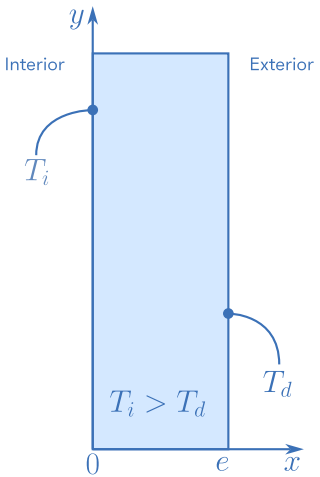


Approche statique : le volant thermique
Approche dynamique de la paroi plane
Approche globale à l'échelle du bâtiment (lumped model)

Modèle de paroi plane

Déterminer le profil de température à travers une paroi plane

- Définition du modèle de paroi plane
- Profil de température à travers la paroi
- Définition de la résistance thermique
- Extension à la paroi multicouche

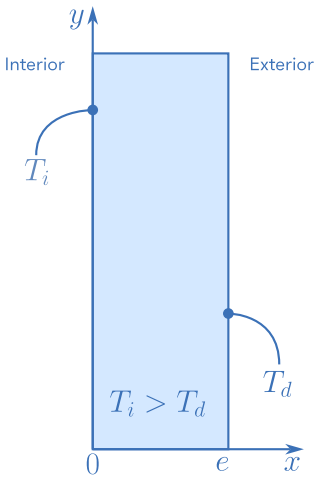


Représentation d'une paroi plane

La résolution des problèmes de transfert de chaleur est simplifiée par l'hypothèse de paroi plane :

- surfaces parallèles et infinies
- épaisseur petite en comparaison avec les autres dimensions
- matériau homogène et isotrope $\lambda = \text{cte}$
- sans production interne de chaleur $P = 0$
- température homogène sur chaque surface
- régime permanent $\dfrac{\partial T}{\partial t} = 0$

Ces hypothèses permettent de représenter la majorité des parois opaques des bâtiments.



Représentation d'une paroi plane

Dans ce cas, l'équation de conduction de chaleur :

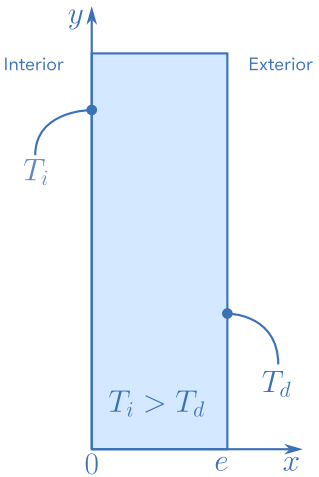
$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot \left(\lambda \vec{\nabla} T \right) + P_v \qquad (1)$$

se simplifie en une équation différentielle ordinaire du premier ordre :

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = 0 \qquad (2)$$

$$\frac{dT}{dx} = A \qquad (3)$$

$$T(x) = Ax + B \qquad (4)$$



Représentation d'une paroi plane

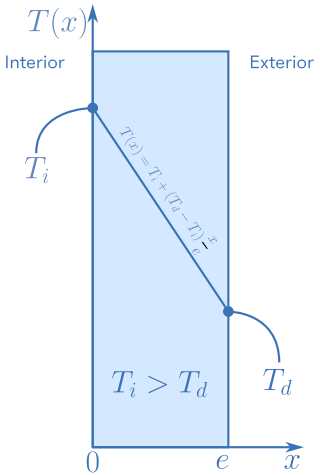
Il faut deux conditions aux limites pour déterminer la solution de l'équation différentielle :

$$\begin{cases} T(x=0) = T_i \\ T(x=e) = T_d \end{cases}$$

Profil de température

La solution est une fonction linéaire de la position x à travers la paroi, qui ne dépend pas de la conductivité thermique λ du matériau.

$$T(x) = T_i + (T_d - T_i)\,\frac{x}{e} \tag{5}$$



Profil de température à travers une paroi plane

Nous pouvons calculer le flux de chaleur à travers la paroi en utilisant la loi de Fourier :

$$\varphi = -\lambda \frac{dT}{dx} = \lambda \frac{T_i - T_d}{e} \tag{6}$$

Rappelons la loi de linéarisation des transferts de Newton :

$$\Delta T = r\varphi \tag{7}$$

Par identité, nous pouvons obtenir la définition de la résistance thermique d'une paroi plane.

Résistance thermique d'une paroi plane

La résistance thermique d'une paroi plane se calcule comme le rapport entre l'épaisseur de la paroi e et la conductivité thermique λ du matériau :

$$\boxed{r = \frac{e}{\lambda}} \tag{8}$$

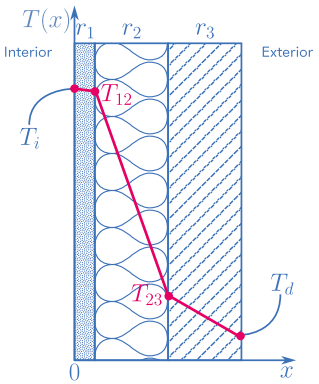
Pour une paroi multicouche, le profil de température

- est une fonction linéaire par morceaux;
- avec des pentes différentes dans chaque couche;
- la chute de température dans chaque couche est proportionnelle à la résistance thermique de la couche.

La résistance thermique totale de la paroi multicouche est la somme des résistances thermiques de chaque couche (résistances thermiques en série):

$$r_{tot} = \sum_i r_i = \sum_i \frac{e_i}{\lambda_i} \tag{9}$$

- $\varphi = \dfrac{T_i - T_d}{r_{tot}}$
- $T_{12} = T_i - \varphi r_1$
- $T_{23} = T_{12} - \varphi r_2$



Représentation d'une paroi multicouche

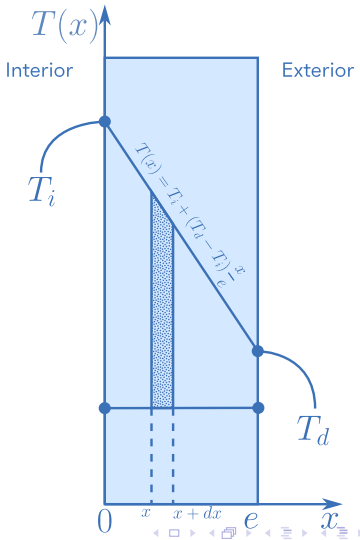
Volant thermique

Le volant thermique est la quantité de chaleur théorique stockée par une paroi plane entre

- son état initial (température constante et uniforme T_{ini}) et
- le régime permanent (profil linéaire de température).

Principe du calcul

- Analyse statique de la paroi
- élément de volume $dV = Sdx$
- quantité de chaleur sensible dq stockée entre x et $x + dx$
- intégration sur toute l'épaisseur de la paroi



$$dq = \rho C_p \left(T\left(x\right) - T_{ini}\right) S dx$$

Profil de température linéaire (régime permanent)

$$T\left(x\right) = T_i + \left(T_d - T_i\right) \frac{x}{e}$$

$$dq = \rho C_p \left(T\left(x\right) - T_{ini}\right) S dx$$

Profil de température linéaire (régime permanent)

$$T\left(x\right) = T_i + \left(T_d - T_i\right) \frac{x}{e}$$

Soit

$$dq = \rho C_p S \left(T_i + \left(T_d - T_i\right) \frac{x}{e} - T_{ini}\right) dx$$

$$dq = \rho C_p \left(T\left(x\right) - T_{ini}\right) S dx$$

Profil de température linéaire (régime permanent)

$$T\left(x\right) = T_i + \left(T_d - T_i\right) \frac{x}{e}$$

Soit

$$dq = \rho C_p S \left(T_i + \left(T_d - T_i\right) \frac{x}{e} - T_{ini}\right) dx$$

La quantité de chaleur totale est l'intégrale de dq sur toute l'épaisseur de la paroi :

$$q = \int_{x=0}^{x=e} dq$$

$$dq = \rho C_p \left(T\left(x\right) - T_{ini}\right) S dx$$

Profil de température linéaire (régime permanent)

$$T\left(x\right) = T_i + \left(T_d - T_i\right) \frac{x}{e}$$

Soit

$$dq = \rho C_p S \left(T_i + \left(T_d - T_i\right) \frac{x}{e} - T_{ini}\right) dx$$

La quantité de chaleur totale est l'intégrale de dq sur toute l'épaisseur de la paroi :

$$q = \int_{x=0}^{x=e} dq$$

Par conséquent

$$q = \int_{x=0}^{x=e} \left[\rho C_p S \left(T_i + \left(T_d - T_i\right) \frac{x}{e}\right) - T_{ini}\right] dx$$

$$dq = \rho C_p \left(T\left(x\right) - T_{ini}\right) S dx$$

Profil de température linéaire (régime permanent)

$$T\left(x\right) = T_i + \left(T_d - T_i\right) \frac{x}{e}$$

Soit

$$dq = \rho C_p S \left(T_i + \left(T_d - T_i\right) \frac{x}{e} - T_{ini}\right) dx$$

La quantité de chaleur totale est l'intégrale de dq sur toute l'épaisseur de la paroi :

$$q = \int_{x=0}^{x=e} dq$$

Par conséquent

$$q = \int_{x=0}^{x=e} \left[\rho C_p S \left(T_i + \left(T_d - T_i\right) \frac{x}{e}\right) - T_{ini}\right] dx$$

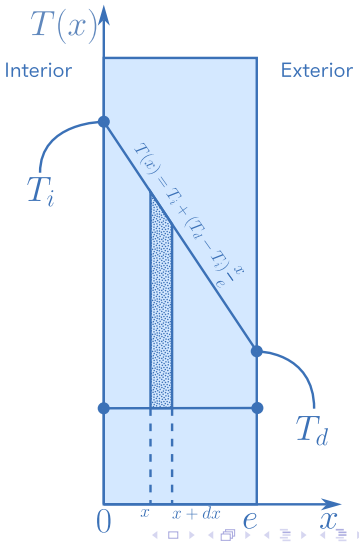
$$q = \rho C_p S \left[\left(T_i - T_{ini}\right) e + \left(T_d - T_i\right) \frac{e}{2}\right]$$

$$q = \rho C_p S e \left[T_i - T_{ini} + \frac{T_d - T_i}{2}\right]$$

$$q = \rho C_p S e \left(\frac{T_d + T_i}{2} - T_{ini}\right)$$

Rapporté à la surface de la paroi, le volant thermique est donné par :

$$\begin{cases} \dfrac{q}{S} = \rho C_p e \left(T_m - T_{ini}\right) \\ \\ T_m = \dfrac{T_d + T_i}{2} \end{cases}$$

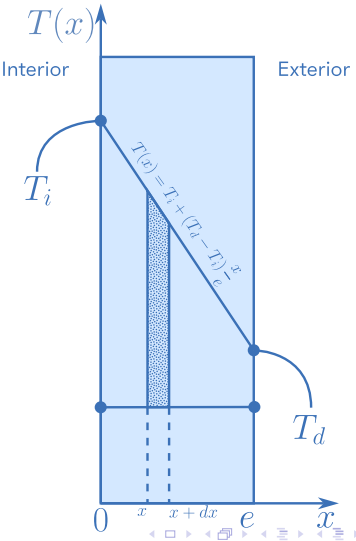


Rapporté à la surface de la paroi, le volant thermique est donné par :

$$\begin{cases} \dfrac{q}{S} = \rho C_p e \left(T_m - T_{ini}\right) \\ \\ T_m = \dfrac{T_d + T_i}{2} \end{cases}$$

Le volant thermique:

- est proportionnel à la capacité thermique volumique ρC_p du matériau
- est proportionnel à l'épaisseur e de la paroi
- dépend de la température moyenne T_m de la paroi



Rapporté à la surface de la paroi, le volant thermique est donné par :

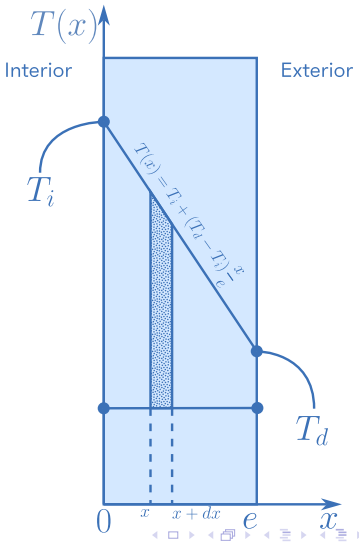
$$\begin{cases} \dfrac{q}{S} = \rho C_p e \left(T_m - T_{ini}\right) \\ \\ T_m = \dfrac{T_d + T_i}{2} \end{cases}$$

Le volant thermique:

- est proportionnel à la capacité thermique volumique ρC_p du matériau
- est proportionnel à l'épaisseur e de la paroi
- dépend de la température moyenne T_m de la paroi

Paroi multicouche

Pour une paroi multicouche, le volant thermique total est la somme des volants thermiques de chaque couche

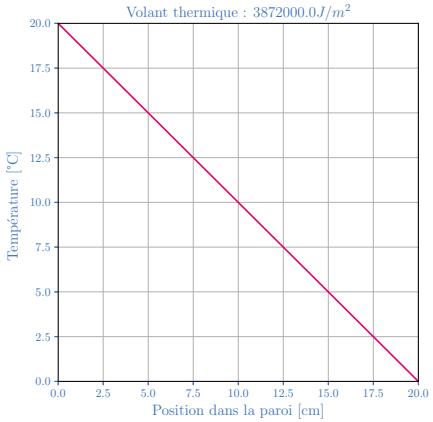


Données de la paroi :

Paramètre	Valeur
Matériau : béton	
Densité ρ	$2200\ \mathrm{kg/m^3}$
Capacité thermique massique c	$880\ \mathrm{J/(kg.K)}$
Conductivité thermique λ	$1,7\ \mathrm{W/(m.K)}$
Épaisseur e	$0,20\ \mathrm{m}$
Températures	
Intérieure T_i	$20\ °\mathrm{C}$
Extérieure T_d	$0\ °\mathrm{C}$
Initiale T_{ini}	$0\ °\mathrm{C}$

Calcul du volant thermique :

- Température moyenne $T_m = 10°C$
- Volant thermique surfacique : $q/S = 3,872 MJ/m^2$



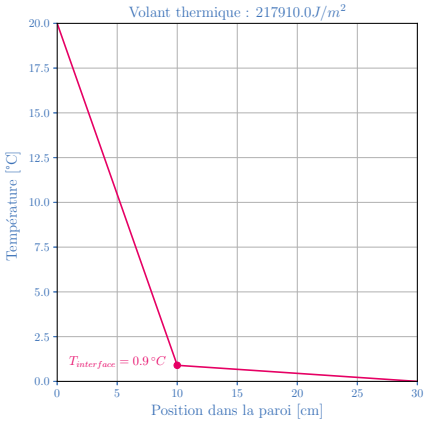
Profil de température dans la paroi en régime permanent

Composition de la paroi (intérieur → extérieur) :

Paramètre	Polystyrène	Béton
ρ	30 kg/m^3	2200 kg/m^3
c	1400 J/(kg.K)	880 J/(kg.K)
λ	0, 04 W/(m.K)	1, 7 W/(m.K)
e	0, 10 m	0, 20 m

Calcul du volant thermique :

- Température à l'interface béton/polystyrène $T_{interface} = 0,9°C$
- Polystyrène $T_m = 10,45°C$
- Béton $T_m = 0,45°C$
- Volant thermique polystyrène : $q/S = 44kJ/m^2$
- Volant thermique béton : $q/S = 174kJ/m^2$
- Volant thermique total : $q/S = 44 + 174 = 218kJ/m^2 = 0,218MJ/m^2$



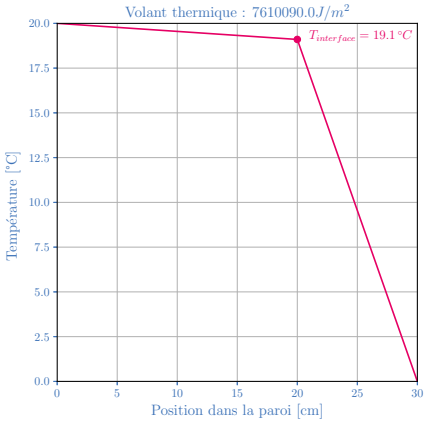
Profil de température dans la paroi en régime permanent

Composition de la paroi (intérieur → extérieur) :

Paramètre	Béton	Polystyrène
ρ	2200 kg/m^3	30 kg/m^3
c	880 J/(kg.K)	1400 J/(kg.K)
λ	1, 7 W/(m.K)	0, 04 W/(m.K)
e	0, 20 m	0, 10 m

Calcul du volant thermique :

- Température à l'interface béton/polystyrène $T_{interface} = 19, 1°C$
- Béton $T_m = 19, 55°C$
- Polystyrène $T_m = 9, 55°C$
- Volant thermique surfacique béton : $q/S = 7, 57MJ/m^2$
- Volant thermique surfacique polystyrène : $q/S = 40kJ/m^2$
- Volant thermique total : $q/S = 7, 57 + 0, 040 = 7, 61MJ/m^2$



Profil de température dans la paroi en régime permanent

Récapitulatif des exemples

Exemple	**Volant thermique surfacique** q/S [MJ/m²]
Paroi simple couche (béton 20 cm)	3,872
Paroi multicouche (isolation par l'intérieur ITI)	0,218
Paroi multicouche (isolation par l'extérieur ITE)	7,61

ITE vs ITI

- Le volant thermique de la paroi isolée par l'extérieur (ITE) est 35 fois plus important que celui de la paroi isolée par l'intérieur (ITI).
- En ITE, une masse de importante de béton est conservée à haute température, ce qui permet de stocker une grande quantité de chaleur.
- En ITI, la masse de béton est isolée et reste à basse température, ce qui réduit considérablement le volant thermique.

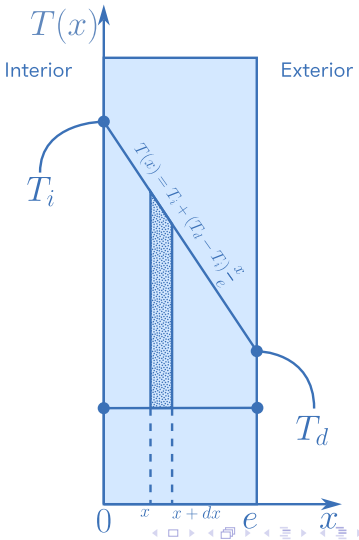
Important

Le volant thermique dépend de l'ordre des couches de matériau dans la paroi.

Le volant thermique est une grandeur statique qui ne prend pas en compte les effets dynamiques de la paroi.

- Il ne permet pas de prédire le déphasage et l'atténuation des variations de température à travers la paroi.
- Il ne tient pas compte des conditions aux limites variables dans le temps (température extérieure, apports internes, apports solaires).
- Il ne permet pas d'évaluer le confort thermique à l'intérieur du bâtiment.
- C'est une représentation simplifiée de la capacité thermique d'une paroi, basée sur une analyse statique et linéaire.

$$\begin{cases} \dfrac{q}{S} = \rho C_p e \left(T_m - T_{ini}\right) \\ \\ T_m = \dfrac{T_d + T_g}{2} \end{cases}$$



Approche dynamique de la paroi

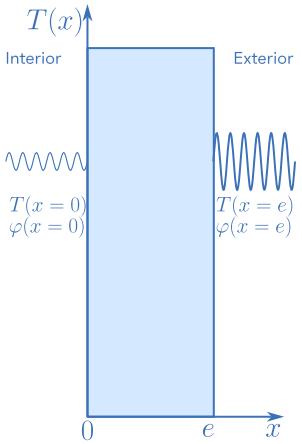
NF EN ISO 13786: *Performance thermique des composants de bâtiment - Caractéristiques thermiques dynamiques - Méthodes de calcul*

Principe

- approche dynamique de la paroi;
- paroi soumise à des variations de température sinusoïdales;
- résolution de l'équation de la chaleur;
- régime périodique établi.

Objectifs

- relier les températures et densités de flux de chaleur sur les deux faces;
- évaluer les caractéristiques thermiques dynamiques de la paroi.



Résolution de l'équation de la chaleur

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \qquad (10)$$

La paroi est soumise à des variations de température sinusoïdales à sa surface intérieure :

$$\underline{T}(x=0;t) = \theta_0 e^{j\omega t}$$

Séparation de variables t et x
La solution est de la forme:

$$\underline{T}(x;t) = \theta(x)\, e^{j\omega t}$$

Résolution de l'équation de la chaleur

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (10)$$

La paroi est soumise à des variations de température sinusoïdales à sa surface intérieure :

$$\underline{T}(x = 0; t) = \theta_0 e^{j\omega t}$$

Séparation de variables t et x
La solution est de la forme:

$$\underline{T}(x; t) = \theta(x) e^{j\omega t}$$

Soit, en intégrant cette expression dans l'équation de la chaleur:

$$\rho C_p \theta(x) j\omega e^{j\omega t} = \lambda \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} e^{j\omega t}$$

Résolution de l'équation de la chaleur

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (10)$$

La paroi est soumise à des variations de température sinusoïdales à sa surface intérieure :

$$\underline{T}(x=0;t) = \theta_0 e^{j\omega t}$$

Séparation de variables t et x
La solution est de la forme:

$$\underline{T}(x;t) = \theta(x)\, e^{j\omega t}$$

Soit, en intégrant cette expression dans l'équation de la chaleur:

$$\rho C_p \theta(x)\, j\omega e^{j\omega t} = \lambda \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} e^{j\omega t}$$

Qui se simplifie en:

$$\rho C_p \theta(x)\, j\omega = \lambda \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}$$

Résolution de l'équation de la chaleur

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (10)$$

La paroi est soumise à des variations de température sinusoïdales à sa surface intérieure :

$$\underline{T}(x=0;t) = \theta_0 e^{j\omega t}$$

Séparation de variables t et x
La solution est de la forme:

$$\underline{T}(x;t) = \theta(x)\, e^{j\omega t}$$

Soit, en intégrant cette expression dans l'équation de la chaleur:

$$\rho C_p \theta(x)\, j\omega e^{j\omega t} = \lambda \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} e^{j\omega t}$$

Qui se simplifie en:

$$\rho C_p \theta(x)\, j\omega = \lambda \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}$$

dont la solution est de la forme:

$$\theta(x) = Ce^{\alpha x} + De^{-\alpha x}$$

avec $\alpha = (1+j)\sqrt{\frac{\pi \rho C_p}{\lambda T}}$ et $T = \frac{2\pi}{\omega}$

$$\theta(x) = Ce^{\alpha x} + De^{-\alpha x}$$

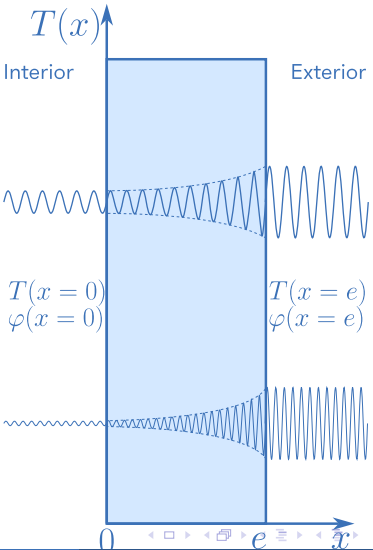
avec $\alpha = (1+j)\sqrt{\dfrac{\pi\rho C_p}{\lambda T}}$ et $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$

Paramètres

- ρ : densité du matériau $[kg/m^3]$
- C_p : capacité thermique massique $[J/(kg.K)]$
- λ : conductivité thermique $[W/(m.K)]$
- T : période de variation de température $[s]$

Signification de $\sqrt{\dfrac{\lambda T}{\pi\rho C_p}}$

- dimension d'une longueur
- profondeur de pénétration de l'*onde thermique*;
- dépend des propriétés du matériau;
- dépend de la période des sollicitations.



Autre écriture avec des fonctions hyperboliques

$$\underline{T}(\xi;t) = [Ccosh((1+j)\xi) + Dsinh((1+j)\xi)]\, e^{j\omega t} \quad (11)$$

Densité de flux de chaleur

$$\underline{\varphi}(x;t) = -\lambda \frac{\partial \underline{T}(x;t)}{\partial x} \quad (12)$$

$$\underline{\varphi}(\xi;t) = -\frac{\lambda(1+j)}{\delta}\{Csinh[(1+j)\xi] + Dcosh[(1+j)\xi]\}\, e^{j\omega t} \quad (13)$$

avec

$$\begin{cases} K = Z_{11} = cosh\xi cos\xi + jsinh\xi sin\xi \\ L = Z_{12} = -\frac{\lambda}{\delta}\{sinh\xi cos\xi + cosh\xi sin\xi + j[cosh\xi sin\xi - sinh\xi cos\xi]\} \\ M = Z_{21} = -\frac{2\lambda}{\delta}\{sinh\xi cos\xi - cosh\xi sin\xi + j[cosh\xi sin\xi + sinh\xi cos\xi]\} \\ N = Z_{22} = cosh\xi cos\xi + jsinh\xi sin\xi \end{cases} \quad (15)$$

L'application des conditions aux limites permet de trouver la relation entre les températures et densités de flux sur les deux faces de la paroi

$$\begin{bmatrix} \underline{T} \\ \underline{\varphi} \end{bmatrix}_{\xi} = \underbrace{\begin{bmatrix} K & L \\ M & N \end{bmatrix}}_{Z} \begin{bmatrix} \underline{T} \\ \underline{\varphi} \end{bmatrix}_{0} \quad (14)$$

On peut déduire de la matrice de transfert Z les caractéristiques thermiques dynamiques de la paroi plane :

- le coefficient de transmission thermique périodique $Y_{12} = -\frac{1}{Z_{12}}$
- le facteur d'amortissement $f = \frac{|Y_{12}|}{U_{global}}$
- le décalage temporel ou déphasage thermique $\Delta t_f = \frac{T}{2\pi} arg\,(Z_{12})$
- la capacité thermique surfacique dynamique de la paroi $\kappa_1 = \frac{T}{2\pi}\left|\frac{Z_{11}-1}{Z_{12}}\right|$

On peut déduire de la matrice de transfert Z les caractéristiques thermiques dynamiques de la paroi plane :

- le coefficient de transmission thermique périodique $Y_{12} = -\frac{1}{Z_{12}}$
- le facteur d'amortissement $f = \frac{|Y_{12}|}{U_{global}}$
- le décalage temporel ou déphasage thermique $\Delta t_f = \frac{T}{2\pi} arg\,(Z_{12})$
- la capacité thermique surfacique dynamique de la paroi $\kappa_1 = \frac{T}{2\pi}\left|\frac{Z_{11}-1}{Z_{12}}\right|$

Elles dépendent

- des propriétés thermiques du matériau : λ, ρ, C_p
- de l'épaisseur de la paroi : e
- **de la période de variation de température :** T

On peut déduire de la matrice de transfert Z les caractéristiques thermiques dynamiques de la paroi plane :

- le coefficient de transmission thermique périodique $Y_{12} = -\frac{1}{Z_{12}}$
- le facteur d'amortissement $f = \frac{|Y_{12}|}{U_{global}}$
- le décalage temporel ou déphasage thermique $\Delta t_f = \frac{T}{2\pi} arg\left(Z_{12}\right)$
- la capacité thermique surfacique dynamique de la paroi $\kappa_1 = \frac{T}{2\pi}\left|\frac{Z_{11}-1}{Z_{12}}\right|$

Elles dépendent

- des propriétés thermiques du matériau : λ, ρ, C_p
- de l'épaisseur de la paroi : e
- **de la période de variation de température :** T

Cas d'une paroi multicouche

La matrice de transfert Z d'une paroi multicouche est le produit des matrices de transfert de chaque couche :

$$Z_{tot} = \prod_i Z_i \tag{16}$$

On peut déduire de la matrice de transfert Z les caractéristiques thermiques dynamiques de la paroi plane :

- le coefficient de transmission thermique périodique $Y_{12} = -\frac{1}{Z_{12}}$
- le facteur d'amortissement $f = \frac{|Y_{12}|}{U_{global}}$
- le décalage temporel ou déphasage thermique $\Delta t_f = \frac{T}{2\pi} arg\left(Z_{12}\right)$
- la capacité thermique surfacique dynamique de la paroi $\kappa_1 = \frac{T}{2\pi}\left|\frac{Z_{11}-1}{Z_{12}}\right|$

Elles dépendent

- des propriétés thermiques du matériau : λ, ρ, C_p
- de l'épaisseur de la paroi : e
- **de la période de variation de température :** T

Cas d'une paroi multicouche

La matrice de transfert Z d'une paroi multicouche est le produit des matrices de transfert de chaque couche :

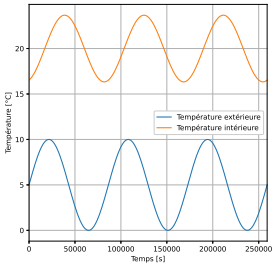
$$Z_{tot} = \prod_i Z_i \tag{16}$$

Important

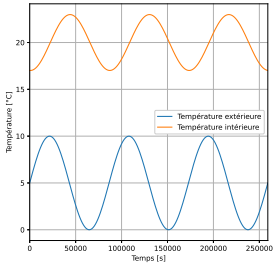
Le produit matriciel n'est pas commutatif
$Z_1 Z_2 \neq Z_2 Z_1$
Les caractéristiques thermiques dynamiques d'une paroi multicouche dépendent de l'ordre des couches de matériau dans la paroi.
Déjà démontré pour le volant thermique !

Nantes Université

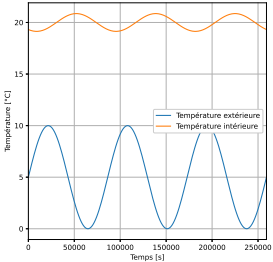
Paroi simple couche
Béton 20 cm



Paroi multicouche ITI
Polystyrène 10 cm + béton 20 cm



Paroi multicouche ITE
Béton 20 cm + polystyrène 10 cm



Caractéristique	Paroi simple couche	Paroi multicouche (ITI)	Paroi multicouche (ITE)
Facteur d'amortissement [—]	0,73	0,60	0,17
Déphasage [h]	4,7	6,2	8,5
Capacité thermique surfacique [J/m².K]	58,6	6,2	65,5
Volant thermique surfacique [MJ/m²]	3,87	0,22	7,61

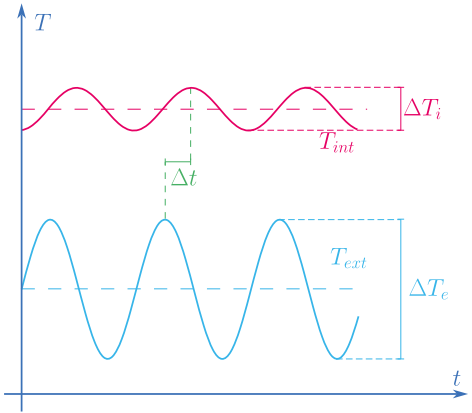
Etude dynamique d’un bâtiment

Objectifs

- Déterminer l'évolution de la température intérieure d'un bâtiment en fonction de la température extérieure
- Déterminer le déphasage Δt et l'atténuation $\delta = \dfrac{\Delta T_i}{\Delta T_e}$ à l'échelle du bâtiment
- Identifier les paramètres influençant le déphasage et l'atténuation

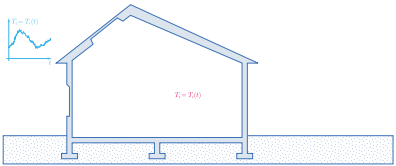
Principe de l'analyse

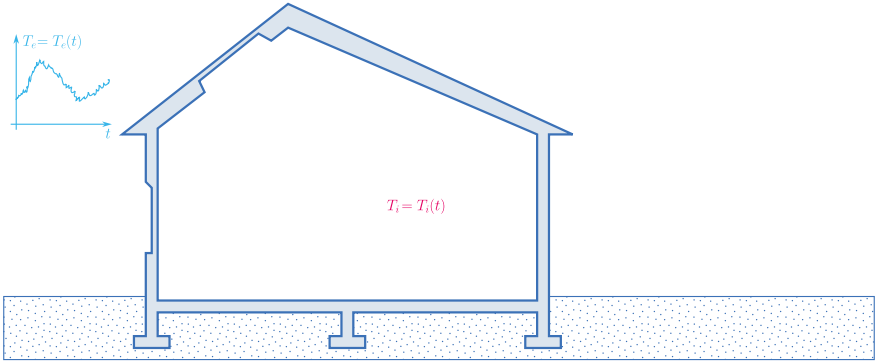
- Identifier les sources de chaleur et les déperditions du bâtiment (puissances thermiques)
- Ecrire le bilan de puissance du bâtiment
- Résoudre l'équation du bilan de puissance pour obtenir l'expression de la température intérieure en fonction du temps
- Analyser les différents termes de l'équation



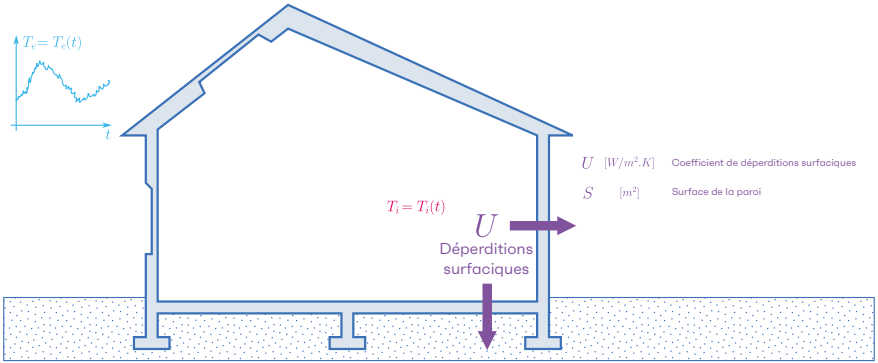
Hypothèses:

- Bâtiment considéré comme un volume d'air homogène
- Parois caractérisées par leur conductance thermique $U = \frac{1}{r}$ $[W/m^2.K]$
- Capacité thermique du bâtiment constante $C[J/K]$
- Température extérieure variable $T_e(t)[^\circ C]$
- Température homogène du volume d'air $T_i(t)[^\circ C]$



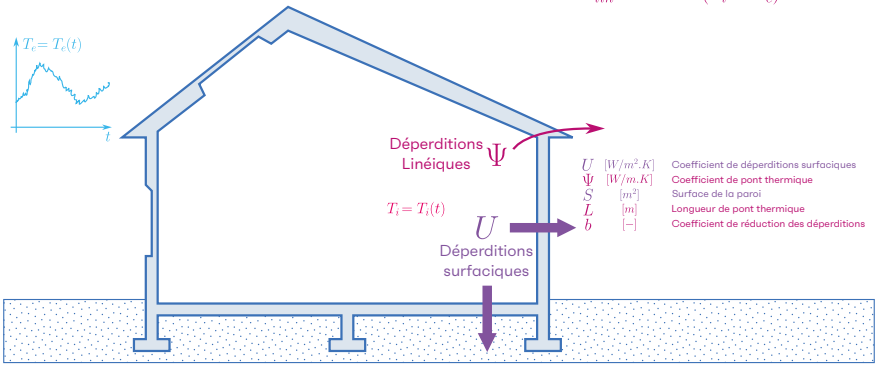

$T_e = T_e(t)$
t
$T_i = T_i(t)$

$$P_{surf} = -USb\,(T_i - T_e)$$



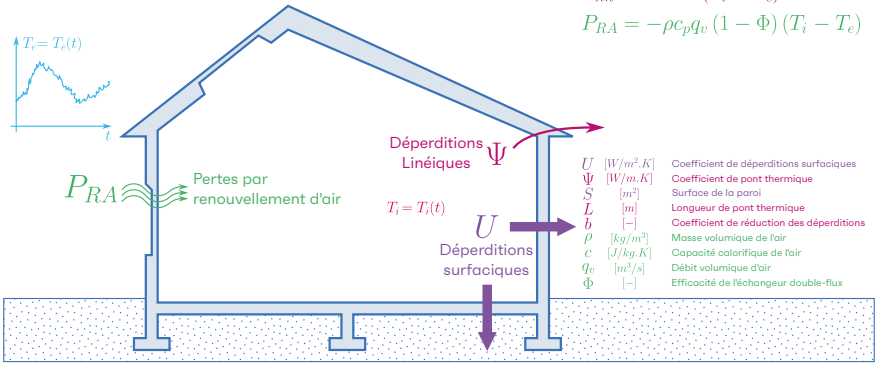
U	$[W/m^2.K]$	Coefficient de déperditions surfaciques
S	$[m^2]$	Surface de la paroi

$$P_{surf} = -USb\,(T_i - T_e)$$
$$P_{lin} = -\Psi Lb\,(T_i - T_e)$$



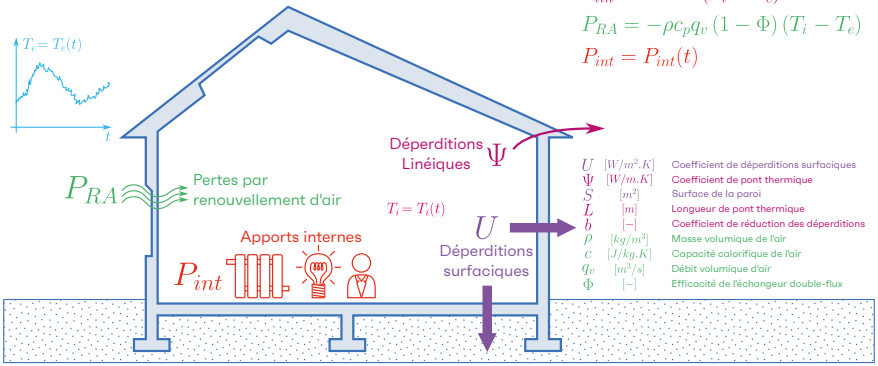
U	$[W/m^2.K]$	Coefficient de déperditions surfaciques
Ψ	$[W/m.K]$	Coefficient de pont thermique
S	$[m^2]$	Surface de la paroi
L	$[m]$	Longueur de pont thermique
b	$[-]$	Coefficient de réduction des déperditions

$$P_{surf} = -USb\,(T_i - T_e)$$
$$P_{lin} = -\Psi Lb\,(T_i - T_e)$$
$$P_{RA} = -\rho c_p q_v\,(1 - \Phi)\,(T_i - T_e)$$

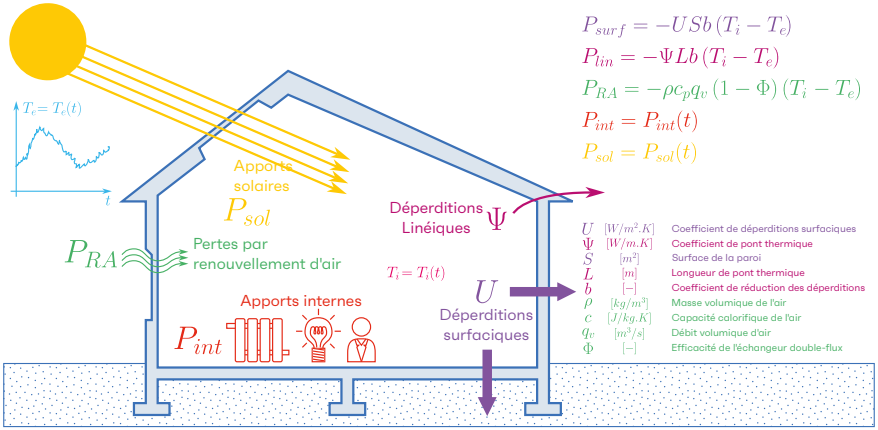


U	$[W/m^2.K]$	Coefficient de déperditions surfaciques
Ψ	$[W/m.K]$	Coefficient de pont thermique
S	$[m^2]$	Surface de la paroi
L	$[m]$	Longueur de pont thermique
b	$[-]$	Coefficient de réduction des déperditions
ρ	$[kg/m^3]$	Masse volumique de l'air
c	$[J/kg.K]$	Capacité calorifique de l'air
q_v	$[m^3/s]$	Débit volumique d'air
Φ	$[-]$	Efficacité de l'échangeur double-flux

$$P_{surf} = -USb\,(T_i - T_e)$$
$$P_{lin} = -\Psi Lb\,(T_i - T_e)$$
$$P_{RA} = -\rho c_p q_v\,(1-\Phi)\,(T_i - T_e)$$
$$P_{int} = P_{int}(t)$$



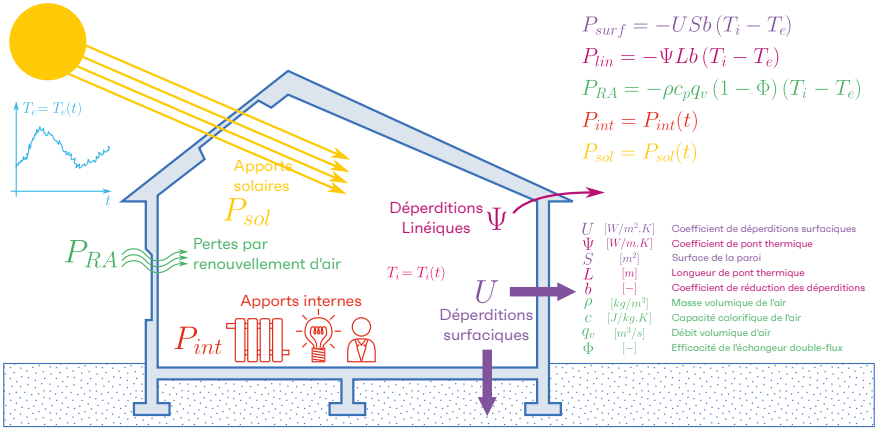
U	$[W/m^2.K]$	Coefficient de déperditions surfaciques
Ψ	$[W/m.K]$	Coefficient de pont thermique
S	$[m^2]$	Surface de la paroi
L	$[m]$	Longueur de pont thermique
b	$[-]$	Coefficient de réduction des déperditions
ρ	$[kg/m^3]$	Masse volumique de l'air
c	$[J/kg.K]$	Capacité calorifique de l'air
q_v	$[m^3/s]$	Débit volumique d'air
Φ	$[-]$	Efficacité de l'échangeur double-flux



$$P_{surf} = -USb\,(T_i - T_e)$$
$$P_{lin} = -\Psi Lb\,(T_i - T_e)$$
$$P_{RA} = -\rho c_p q_v\,(1 - \Phi)\,(T_i - T_e)$$
$$P_{int} = P_{int}(t)$$
$$P_{sol} = P_{sol}(t)$$

U	$[W/m^2.K]$	Coefficient de déperditions surfaciques
Ψ	$[W/m.K]$	Coefficient de pont thermique
S	$[m^2]$	Surface de la paroi
L	$[m]$	Longueur de pont thermique
b	$[-]$	Coefficient de réduction des déperditions
ρ	$[kg/m^3]$	Masse volumique de l'air
c	$[J/kg.K]$	Capacité calorifique de l'air
q_v	$[m^3/s]$	Débit volumique d'air
Φ	$[-]$	Efficacité de l'échangeur double-flux

$$C\frac{dT_i}{dt} = -USb\,(T_i - T_e) - \Psi Lb\,(T_i - T_e) - \rho c_p q_v\,(1-\Phi)\,(T_i - T_e) + P_{int}(t) + P_{sol}(t)$$



$$P_{surf} = -USb\,(T_i - T_e)$$
$$P_{lin} = -\Psi Lb\,(T_i - T_e)$$
$$P_{RA} = -\rho c_p q_v\,(1-\Phi)\,(T_i - T_e)$$
$$P_{int} = P_{int}(t)$$
$$P_{sol} = P_{sol}(t)$$

U	$[W/m^2.K]$	Coefficient de déperditions surfaciques
Ψ	$[W/m.K]$	Coefficient de pont thermique
S	$[m^2]$	Surface de la paroi
L	$[m]$	Longueur de pont thermique
b	$[-]$	Coefficient de réduction des déperditions
ρ	$[kg/m^3]$	Masse volumique de l'air
c	$[J/kg.K]$	Capacité calorifique de l'air
q_v	$[m^3/s]$	Débit volumique d'air
Φ	$[-]$	Efficacité de l'échangeur double-flux

La variation de la température intérieure est donnée par l'équation différentielle suivante :

$$C\frac{dT_i(t)}{dt} = P_{surf}(t) + P_{lin}(t) + P_{RA}(t) + P_{int}(t) + P_{sol}(t)$$

Soit, en développant chacun des termes:

$$C\frac{dT_i(t)}{dt} = \underbrace{\left[\sum_i U_i S_i b_i + \sum_j \Psi_j L_j b_i + \rho c_p q_v (1-\Phi)\right]}_{H \text{ : coefficient de déperditions du bâtiment} [W/K]} [T_e(t) - T_i(t)] + P_{int}(t) + P_{sol}(t)$$

On obtient donc l'équation bilan suivante:

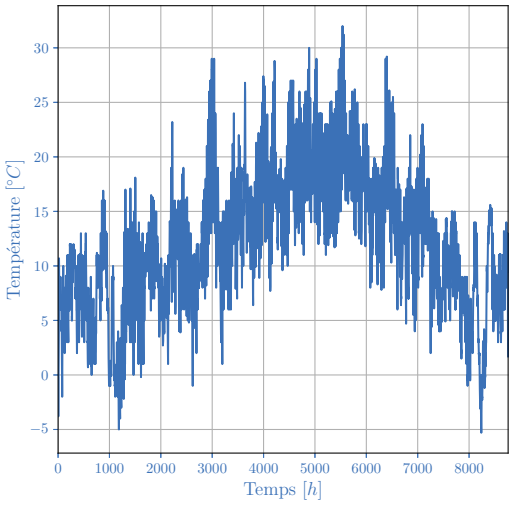
$$\boxed{C\frac{dT_i(t)}{dt} = H\,[T_e(t) - T_i(t)] + P_{int}(t) + P_{sol}(t)}$$

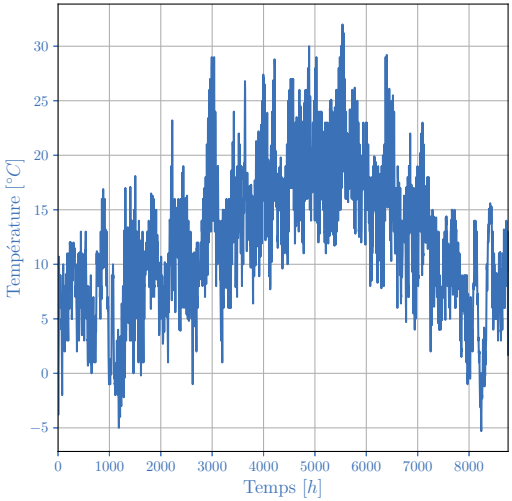
Etude en régime variable

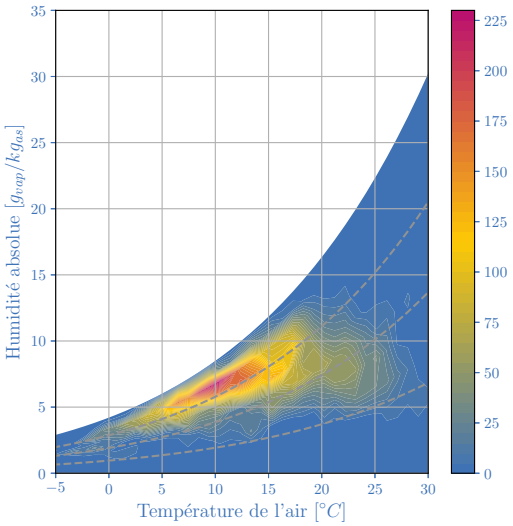
- La température extérieure $T_e(t)$ varie au cours de la journée et de l'année
- Les apports internes $P_{int}(t)$ varient selon l'occupation du bâtiment
- Les apports solaires $P_{sol}(t)$ varient selon
  - le jour de l'année
  - l'heure de la journée
  - les caractéristiques des surfaces réfléchissantes
  - l'orientation des surfaces vitrées et leurs caractéristiques (facteur solaire, couleur de la menuiserie, etc.)
  - les caractéristiques des façades (ombrage, végétation, etc.)
  - ...

Variations complexes

- difficile à modéliser pour l'intégrer dans l'équation bilan
- simplification
  - pas d'apports solaires
  - apports internes constants (ex.: puissance de chauffage)




Température $[°C]$
Temps $[h]$
30
25
20
15
10
5
0
−5
0
1000
2000
3000
4000
5000
6000
7000
8000


Humidité absolue $[g_{vap}/kg_{as}]$
Température de l'air $[°C]$
35
30
25
20
15
10
5
0
−5
0
5
10
15
20
25
30
225
200
175
150
125
100
75
50
25
0

Décomposition harmonique du climat de Nantes

Un signal périodique peut être décomposé

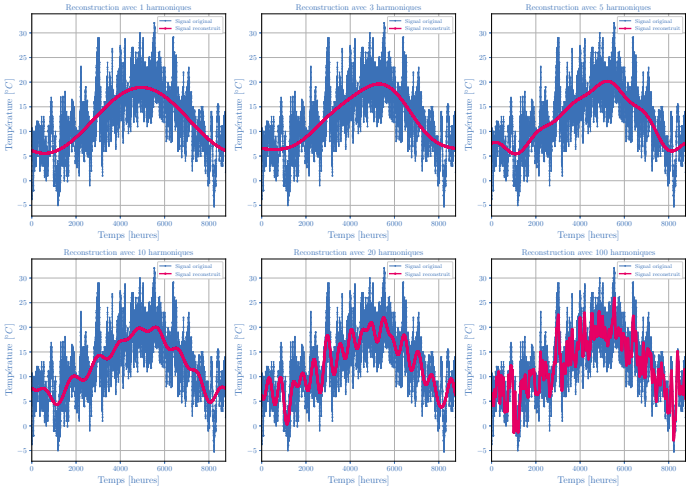
- en une somme de fonctions sinusoïdales (harmoniques)
- de fréquences multiples de la fréquence fondamentale.

On peut extraire une harmonique du signal en utilisant la transformée de Fourier.

$$Te_n(t) = a_n \cos\left[\frac{2\pi(t - t_n)}{T_n}\right]$$

avec

- a_n : amplitude de l'harmonique
- n : numéro de l'harmonique
- t_n : décalage temporel
- T_n : période de l'harmonique



$$C\frac{dT_i(t)}{dt} = H\left(T_e(t) - T_i(t)\right) + P_{int}(t) + P_{sol}(t)$$

On peut réécrire l'équation bilan sous la forme suivante :

$$\frac{dT_i(t)}{dt} + \frac{H}{C}T_i(t) = \underbrace{\frac{H}{C}T_e(t) + \frac{1}{C}P_{int}(t)}_{\text{second membre}}$$

C'est une équation différentielle linéaire du premier ordre.

Equation sans second membre

Considérons l'équation sans second membre :

$$\frac{dT_i(t)}{dt} + \frac{H}{C}T_i(t) = 0$$

Qui peut être réécrite sous la forme :

$$\frac{dT_i(t)}{T_i} = -\frac{H}{C}dt \iff \int dT_i(t)T_i = -\frac{H}{C}\int dt$$

La solution générale est de la forme :

$$T_i(t) = T_{i,0}e^{-\frac{H}{C}t}$$

avec $T_{i,0}$ la température initiale.

Si on pose $\tau = \frac{C}{H}$, on obtient :

$$\boxed{T_i(t) = T_{i,0}e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

L'évolution de la température intérieure est donc caractérisée par une constante de temps τ.

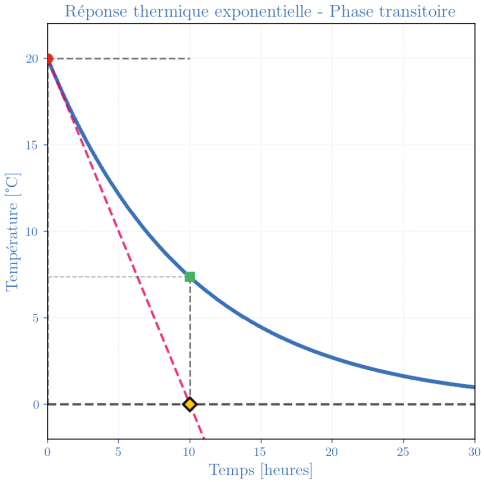
- τ : constante de temps du bâtiment [s]
- C : capacité thermique du bâtiment [J/K]
- H : coefficient de déperditions du bâtiment [W/K]

C'est le rapport entre:

- un effet de stockage
- un effet de déperdition

Forme générale de la solution

$$T_i(t) = T_{i,0} e^{-\frac{t}{\tau}}$$



Considérons l'équation avec second membre :

$$\frac{dT_i(t)}{dt} + \frac{H}{C}T_i(t) = \frac{H}{C}T_e(t) + \frac{1}{C}P_{int}(t)$$

Avec

- $T_e(t) = T_{e0} + \delta T sin(\omega t)$
- $P_{int}(t) = P$ constant
- $T_i(t = 0) = T_{i0}$

$$\frac{dT_i(t)}{dt} + \frac{H}{C}T_i(t) = \frac{H}{C}\left[T_{e0} + \delta T sin(\omega t)\right] + \frac{1}{C}P_{int}(t)$$

Résolution par la méthode de la variation de la constante.

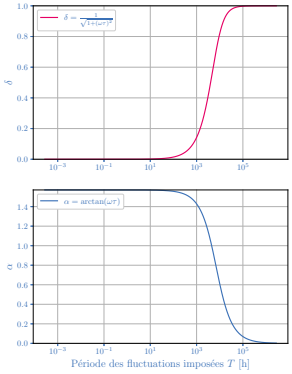
La solution particulière de l'équation différentielle est donnée par :

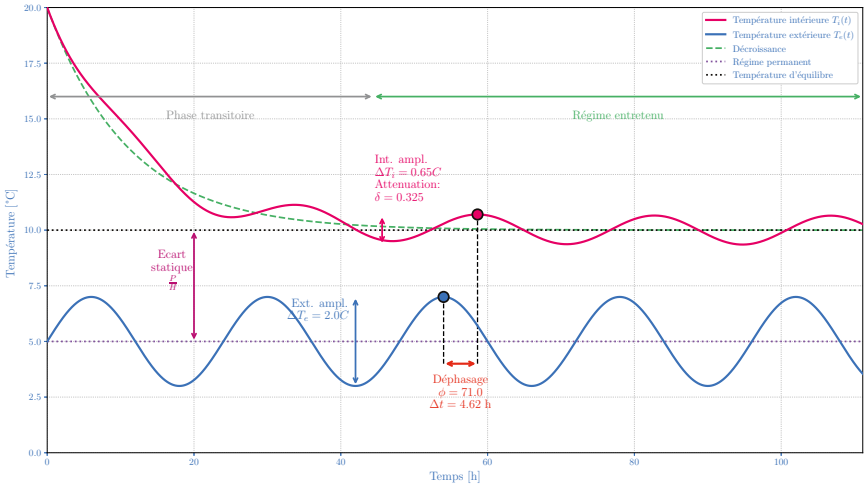
$$T_i(t) = T_{e0} + \frac{P}{H} + \left[T_{i0} - T_{e0} - \frac{P}{H} + \delta\Delta T sin(\alpha)\right] exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + \delta\Delta T sin\left(\omega t - \alpha\right)$$

avec

- $\tau = \frac{C}{H}$
- $tan\left(\alpha\right) = \omega\tau$
- $cos\left(\alpha\right) = \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}}$
- $sin\left(\alpha\right) = \frac{\omega\tau}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}}$
- $\delta = \frac{1}{\sqrt{(1+\omega^2\tau^2)}}$

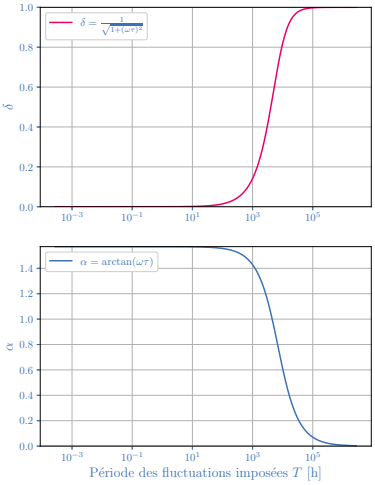
Cette solution représente la réponse du système aux variations de la température extérieure et des apports internes.




Température intérieure $T_i(t)$
Température extérieure $T_e(t)$
Décroissance
Régime permanent
Température d'équilibre
Phase transitoire
Régime entretenu
Int. ampl.
$\Delta T_i = 0.65C$
Attenuation:
$\delta = 0.325$
Ecart statique
$\frac{P}{H}$
Ext. ampl.
$\Delta T_e = 2.0C$
Déphasage
$\phi = 71.0$
$\Delta t = 4.62$ h
Température [°C]
Temps [h]
0.0
2.5
5.0
7.5
10.0
12.5
15.0
17.5
20.0
0
20
40
60
80
100

Le déphasage Δt et l'atténuation δ dépendent de la période T des variations de température extérieure.

- Pour des périodes courtes (ex.: 1 h), le déphasage est faible et l'atténuation est importante.
- Pour des périodes longues (ex.: 1 an), le déphasage est important et l'atténuation est faible.



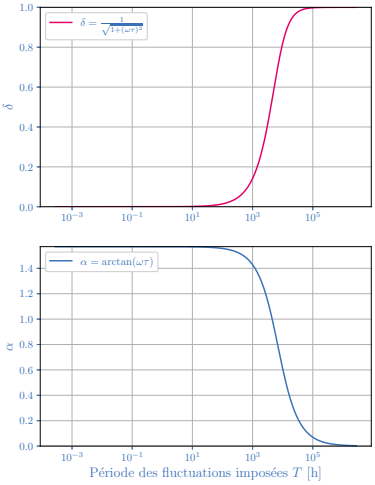
Nantes Université

Le déphasage Δt et l'atténuation δ dépendent de la période T des variations de température extérieure.

- Pour des périodes courtes (ex.: 1 h), le déphasage est faible et l'atténuation est importante.
- Pour des périodes longues (ex.: 1 an), le déphasage est important et l'atténuation est faible.

L'inertie thermique d'un bâtiment dépend

- de la période de temps considérée
- de la capacité thermique du bâtiment C
- du coefficient de déperditions du bâtiment H
  - parois (**matériaux, épaisseur, ordre**, surface)
  - ouvertures (fenêtres, portes)
  - ponts thermiques (linéiques, ponctuels)
  - renouvellement d'air (ventilation, infiltration)

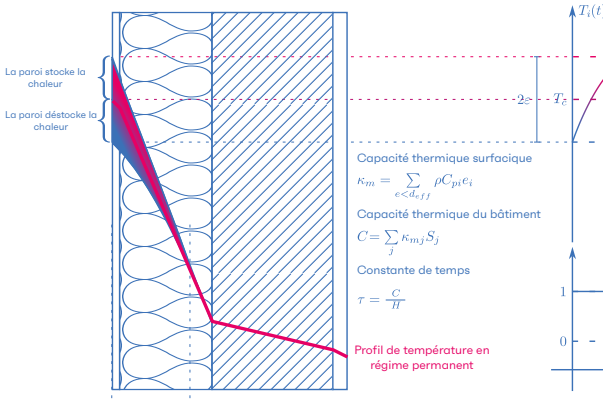


Capacité thermique

La capacité thermique du bâtiment C est la quantité de chaleur nécessaire pour élever la température intérieure de 1 K.
Elle dépend de la masse thermique des parois et des matériaux présents dans le bâtiment.

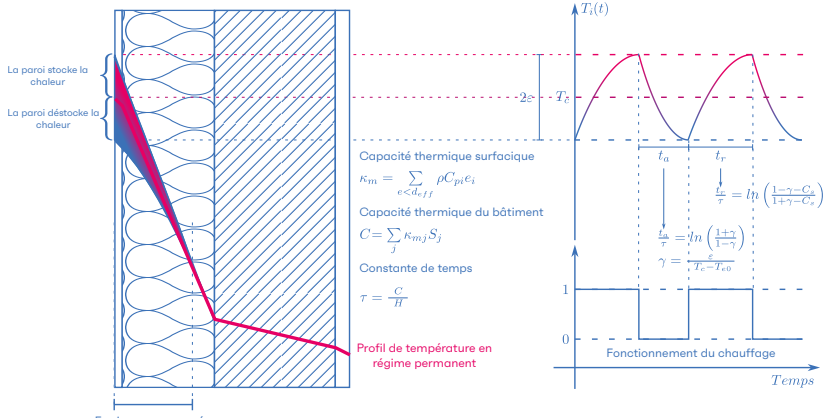
$$C = \sum_i m_i c_{p,i}$$

avec m_i la masse de l'élément i et $c_{p,i}$ sa capacité thermique massique.



Période des fluctuations	1 heure	1 journée	1 semaine
Epaisseur efficace d_{eff}	20 mm	100 mm	250 mm

Dét
et d
un



Période des fluctuations	1 heure	1 journée	1 semaine
Epaisseur efficace d_{eff}	20 mm	100 mm	250 mm

Détermination des temps d'arrêt et de relance du chauffage pour une régulation en tout-ou-rien

Conclusions

L'inertie thermique peut être évaluée à différentes échelles

- à l'échelle de la paroi
  - Approche statique : volant thermique
  - Approche dynamique (NF EN ISO 13786): coefficient d'amortissement, déphasage, capacité thermique surfacique
- à l'échelle du bâtiment
  - Bilan thermique
  - Evaluation des déphasage et atténuation

Paramètres influents

- Propriétés des matériaux
- Epaisseur des couches
- L'ordre des couches
- La période de sollicitation (comportement différent période horaire, quotidienne, hebdomadaire, saisonnière)

Merci pour votre attention !

Questions